

$$\frac{\pi_k^\infty}{\pi_o^\infty} = \frac{576 + 72 \cdot r}{64 + 81 \cdot r}, \text{ при } r \in \left[0; \frac{8}{9}\right], \quad \frac{\pi_k^\infty}{\pi_o^\infty} \in [9; 4, 71].$$

### Выводы

На выбор стратегии поведения фирмы на рынке оказывают влияния два фактора: продолжительность игры (период функционирования фирмы) и ставка дисконтирования.

При рассмотрении деятельности фирм за определенный (ограниченный) период выбор стратегии будет зависеть от того, больше ли данный период,

чем расчетное значение  $n$  по формуле (6). Если фирма не собирается закрепиться на этом рынке на длительный период, то у нее есть возможность нарушить картельное соглашение. Формула (6) показывает момент, который определяет, есть ли смысл нарушать картельное соглашение, т. к. накопленная прибыль, получаемая фирмой при «Обмане», до этого момента будет больше, чем накопленная прибыль при поддержании картеля. В бесконечном периоде поддержание картеля всегда выгоднее, чем «Обман», а чем меньше ставка дисконтирования, тем больше будет разница между прибылью при картеле и прибылью при «Обмане».

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гальперин В.М. Микроэкономика. Т. 2. — СПб.: Экономическая школа, 1999. — 843 с.
2. Печерский С.Л., Беляева А.А. Теория игр для экономистов. Вводный курс. — СПб.: Изд-во Европ. ун-та в С.-Петербурге, 2001. — 342 с.
3. [www.iet.ru/mipt/2/text/curs\\_micro.htm](http://www.iet.ru/mipt/2/text/curs_micro.htm)
4. Макконнелл К.Р., Брю С.Л. Экономикс: Принципы, проблемы и политика. Т. 2. — Бишкек: Туран, 1996. — 400 с.

Поступила 14.11.2006 г.

УДК 338.314.053.4+519.876.2

## МАКСИМИЗАЦИЯ МАРЖИНАЛЬНОЙ ПРИБЫЛИ

С.В. Козлов<sup>1</sup>, А.А. Мицель<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

<sup>2</sup>Томский политехнический университет

E-mail: sergey3000k@mail.ru

Приведен формализованный подход формирования прибыли на основе прогнозирования рыночной цены. Представлена функциональная зависимость объема производства и дохода, приносимого продукцией от величины переменных затрат. На основе этой зависимости предложена модель максимизации маржинальной прибыли.

### Введение

Большую роль в обосновании управленческих решений в бизнесе играет маржинальный анализ. Его методика базируется на изучении соотношения между тремя группами экономических показателей: издержками (*Total Costs (TC)* — общие затраты), объемом производства (реализации) продукции  $q$  и прибылью  $\pi$ , и прогнозировании величины каждого из этих показателей при заданном значении других.

Разница между ценой продукта и прямыми затратами на его производство может быть представлена как потенциальный «взнос» каждого вида продукта в общий конечный результат деятельности предприятия. Или, маржинальная прибыль — это предельная прибыль, которую может получить предприятие от производства и продажи каждого вида продукта [1].

Для перехода на качественно новый уровень управления необходимо максимально полно обосновать управленческие решения и четко оценить их эффективность на всех уровнях управления.

Посредством маржинального анализа можно решать целый ряд производственно-финансовых задач, в том числе определение:

- точки безубыточности;
- объема производства и реализации продукции, требуемого для получения запланированной прибыли;
- ассортимента продукции;
- цены продукции, позволяющей обеспечить спрос и прибыль на запланированном уровне, и ряд других.

### Процесс формирования прибыли

Прибыль предприятия характеризует эффективность его деятельности. Она является основным источником финансовых ресурсов предприятия, обеспечивающим его функционирование и развитие. Прибыль — разность между доходами и расходами [1]:

$$\begin{aligned}\pi &= I - TC, \\ I &= Pq,\end{aligned}\quad (1)$$

где  $I$  – доход, получаемый от реализации продукции;  $P$  – цена продукции.

Общие затраты на производство продукции складываются из общих постоянных (*Total Fixed Costs (TFC)*) и общих переменных (*Total Variable Costs (TVC)*) затрат.

Маржинальная прибыль единицы продукции

$$\begin{aligned}\pi_m &= \frac{\partial I}{\partial q} - \frac{\partial TC}{\partial q}, \\ \pi_m &= \frac{\partial(Pq)}{\partial q} - \frac{\partial(AVCq + TFC)}{\partial q} = P - AVC,\end{aligned}$$

где  $AVC$  (*Average Variable Costs*) – переменные издержки на единицу продукции.

Маржинальная прибыль продукции  $\pi_M = \pi_m q$ , т. е.  $\pi_M = Pq - TVC$ .

Допущение: поведение постоянных затрат определено и линейно в пределах релевантного уровня (релевантный уровень – уровень деловой активности, в рамках которого фактические операции происходят с достаточной степенью определенности; в данном уровне существует закономерность в поведении затрат, например, постоянные затраты являются таковыми только при данном объеме деятельности [2]).

Предположим, что цена продукции представлена рыночной ценой, тогда определим зависимость между рыночной ценой и объемом производства.

На практике чаще всего применяются следующие виды функциональной зависимости [3]:

$$\begin{aligned}P &= a_d - b_d Q_d, \\ P &= a_d e^{b_d Q_d}, \\ P &= a_d Q_d^{b_d},\end{aligned}\quad (2)$$

где  $a_d, b_d$  – коэффициенты аппроксимации, которые вычисляются с помощью специальных математических методов – метод наименьших квадратов и др.

Равновесная рыночная цена складывается в момент равенства величины рыночного спроса  $Q_d$  и рыночного предложения. Тогда величину  $Q_d$  можно представить как

$$Q_d = q + \hat{q}, \quad (3)$$

где  $q$  – объем производства данной фирмы, а  $\hat{q}$  – величина спроса, которая удовлетворяется остальными фирмами на рынке.

Для упрощения дальнейших вычислений, будем использовать вид функции спроса представленной (2).

Подставляя (3) в (2), получим:

$$P = a_d - b_d Q_d = a_d - b_d q - b_d \hat{q} = \hat{a} - b_d q, \quad (4)$$

где  $\hat{a} = a_d - b_d \hat{q}$ .

Многие экономисты считают, что переменные издержки на единицу продукции по мере увеличения объема производства сначала снижаются. Это отражает тот факт, что по мере увеличения выхода продукции компания может получать крупные скидки при оптовых закупках сырья и материалов и экономии от разделения труда. В этом случае проявляется возрастающий эффект масштаба. На определенном отрезке переменные издержки на единицу продукции относительно стабилизируются, но затем постепенно начинают снова возрастать [4].

Представим функциональную зависимость средних переменных издержек от объема производства в виде (рис. 1):

$$AVC = aq^2 + bq + c,$$

где  $a, b, c$  – параметры уравнения, которые можно оценить с помощью метода наименьших квадратов.

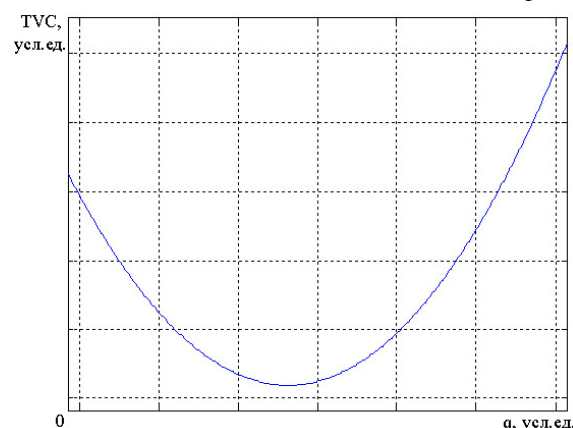


Рис. 1. Средние переменные издержки продукции

Тогда общие переменные издержки будут равны:

$$TVC(q) = AVC(q)q = aq^3 + bq^2 + cq. \quad (5)$$

На величину  $P$  накладывается ограничение  $P > AVC + TFC/q$ , или более узкое –  $P > AVC$ . Откуда следует, что

$$\begin{aligned}q_{\max, \min} &= \frac{(-b - b_d \pm \sqrt{b^2 + 2bb_d + b_d^2 - 4ac + 4\hat{a}a})}{2a}, \\ \Rightarrow q &\in (\max(q_{\min}, 0); q_{\max}).\end{aligned}$$

#### Модель максимизации маржинальной прибыли в зависимости от размера вложенных средств

Максимизация прибыли – стратегия предприятия, обеспечивающая максимальное получение прибыли с учетом объема продаж, издержек производства, уровня цен и других экономических факторов [5]. На рис. 2 представлены графики переменных издержек и дохода в зависимости от  $q$ . Выделенная область на графике представляет собой область, где маржинальная прибыль положительная.

Влиять на размер маржинальной прибыли можно либо управляя величиной дохода, получаемого от продажи продукции, либо – величиной переменных издержек на производство данной продукции.

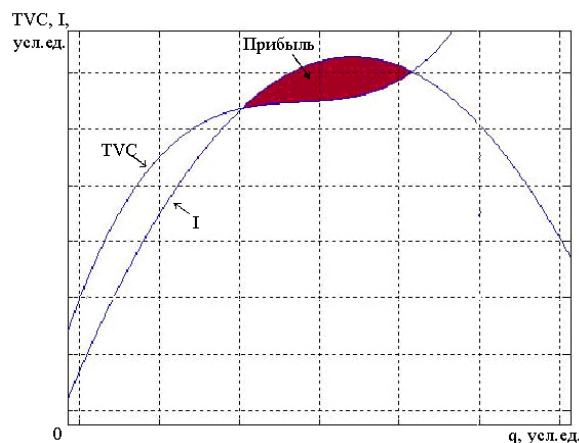


Рис. 2. Маржинальная прибыль продукции

В свою очередь управление величиной дохода сводится к управлению ценой продукции и объемом ее реализации. В олигополистической и монополистической рыночных структурах стратегия ценообразования находится на верхнем уровне процесса управления компаниями. В то время как на рынке совершенной конкуренции влияние фирмы на рыночную цену – минимально. В данной модели не будем рассматривать вариант управления ценой, а используем прогнозное значение рыночной цены.

Сделаем предположение, что в пределах релевантного уровня  $TFC$  – есть постоянная величина (const) и не влияет на уровень производства, при котором получается максимальная прибыль. Тогда можно предположить, что текущие средства, которые надо вложить в производство в данном периоде, представляют собой  $TVC$ .

Выражая из (5)  $q$  через  $TVC$ , найдем обратную зависимость объема производства от величины понесенных издержек (вложенных средств):

$$q(TVC) = \frac{\left( \varphi(TVC) - \frac{2(3ac - b^2)}{3a\varphi(TVC)} \right)}{6a} - \frac{b}{3a}, \quad (6)$$

$$\text{где } \varphi(TVC) = \sqrt[3]{\frac{36abc + 108TVCa^2 - 8b^3 +}{+12a\sqrt[3]{\frac{4ac^3 - c^2b^2 + 18abcTVC +}{+27a^2TVC^2 - 4TVCb^3}}}}$$

Подставляя (6) и (4) в (1) получим зависимость маржинального дохода, приносимого продукцией от размера вложенных средств.

$$I(TVC) = [\hat{a} - bq(TVC)]q(TVC).$$

Соответственно получим (рис. 3):  $\pi_M = I(TVC) - TVC$ .

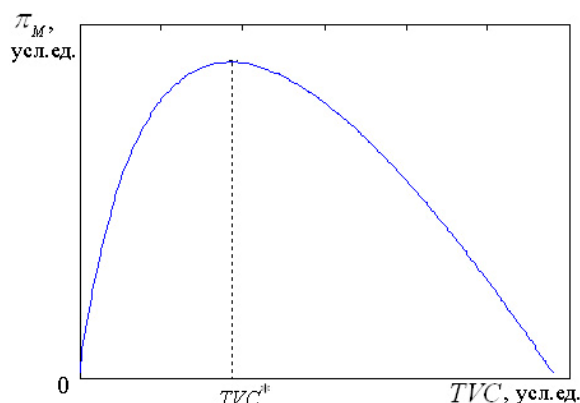


Рис. 3. Зависимость маржинальной прибыли от величины TVC

Задача максимума прибыли по  $TVC$ , сводится к решению уравнения  $\partial \pi_M / \partial TVC = 0$ .

Решая это уравнение, получим  $TVC^*$  – величину средств, которую необходимо вложить в производство в текущий момент для получения максимальной прибыли. (Из-за громоздкости полученного результата привести его в данной статье не представляется возможным).

## Выводы

1. Приведен подход формирования прибыли с учетом влияющих на нее факторов. В соответствии с методикой разделения затрат на постоянные и переменные сделано предположение о виде кривой поведения переменных затрат в зависимости от объема производства.
2. Представлена функциональная зависимость объема производства от величины переменных затрат.
3. На основании данной зависимости предложена модель максимизации маржинальной прибыли.
4. Модель зависимости размера маржинальной прибыли от размера вложенных средств может стать полезным инструментом для специалистов при принятии управленческих решений.
5. Данная модель ограничивается рядом существенных допущений, которые зачастую не выполняются на реальном рынке. Часть из этих допущений может быть сглажена применением более точных функциональных зависимостей и разделением модели на частные случаи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Проект TACIS. Концепции и принципы управленческого учета. Методические рекомендации // [Электронный ресурс]. – М., 2001. – Режим доступа: [http://cma.org.ru/cma/21177]
2. Лебедева Т. Анализ безубыточности и маржинальной прибыли в процессе планирования производства // [Электронный ресурс]. – 2003. – Режим доступа: [http://www.liga.net/smi/show.html?id=94142]
3. Макконнелл К.Р., Брю С.Л. Экономикс: Принципы, проблемы и политика. Т. 2. – Бишкек: Туран, 1996. – 400 с.

4. Константинов В.А. Организация системы управленческого анализа на предприятиях молочной промышленности // [Электронный ресурс]. – 2005. – Режим доступа: [http://www.dis.ru/uu/arhiv/2005/1/10.html]
5. Финансовая библиотека // [Электронный ресурс]. – 2006. – Режим доступа: [http://lib.mabico.ru/982.html]

Поступила 14.11.2006 г.